

Vergleichsuntersuchungen zur fakto-  
riellen Struktur der Farbigen Pro-  
gressiven Matrizen (CPM) von Raven

Schmidtke, A. & Schaller, S.

F O R S C H U N G S B E R I C H T E

AUS DEM

OTTO - SELZ - INSTITUT

FÜR

PSYCHOLOGIE UND ERZIEHUNGSWISSENSCHAFT

DER

UNIVERSITÄT MANNHEIM (WH)

Vergleichsuntersuchungen zur faktoriellen Struktur der Farbigen Progressiven Matrizen (CPM) von Raven

Schmidtke, A. & Schaller, S.

Forschungsbericht Nr. 7

Juni 1979

Anschrift der Verfasser: Lehrstuhl Psychologie I  
Universität Mannheim, Schloss-EO, 6800 Mannheim 1

## 1. Problemstellung

Die verschiedenen Verfahren der Progressiven Matrizen, von Raven als "test of observation and clear thinking" beschrieben, sind ein weithin gebräuchliches Verfahren zur Abschätzung der (nicht-verbalen) Intelligenzhöhe. Die Farbigen Progressiven Matrizen dieser Reihe wurden für die Anwendung bei Kindern im Alter von 6 - 11 Jahren konstruiert (Raven, 1965) und werden sehr häufig bei Untersuchungen zum "Lern- bzw. Intelligenz-potential" angewandt (vgl. z.B. Feuerstein, 1971, Jacobs & Vandeventer, 1971 a,b, Budoff & Corman, 1973, Corman & Budoff, 1973 b, Carlson & Wiedl, 1976, Becker & Schmidtke, 1977, Guthke, 1977).<sup>1)</sup> Die Aufgaben dieses Verfahrens erfordern nach Raven (1965) die Ergänzung einfacher Muster, Ergänzung diskreter Muster, Ergänzung von Mustern durch wahrnehmungsmäßiges Schließen, konkretes Denken durch Analogieschlüsse und abstraktes Denken durch Analogieschlüsse (vgl. Schmidtke, Schaller & Becker, 1978).

Die in weiteren Untersuchungen vermutete bzw. gefundene Aufgabenstruktur deckt sich jedoch nicht immer mit der Klassifikation von Raven. Wenke & Müller (1966) differenzierten in Aufgaben, die a) optisches Zuordnen einfacher Oberflächenmerkmale, b) wahrnehmungsmäßige Schließung kontinuierlicher und diskreter symmetrischer Figuren und c) eine elementare Merkmalsanalyse und Erkennen einfacher Regelmäßigkeiten erfordern. Müller (1970) unterschied nur "wahrnehmungsmäßig" lösbare Aufgaben und "Denkaufgaben". Diese Aufgabendifferenzierungen basieren jedoch meist auf Inhaltsbeschreibungen der Aufgaben selbst (Raven, 1965) oder Analysen der Aufgabenschwierigkeiten (Wenke & Müller, 1966, Müller, 1970).

Faktorenanalytische Untersuchungen der CPM liegen bisher nur wenige vor. Keir (1949) faktorenanalysierte zwar die Standard

---

1) Die deutsche Normierung für dieses Verfahren wurde kürzlich von Schmidtke, Schaller & Becker (1978) publiziert.

Progressiven Matrizen, aufgrund des anderen Testmaterials und der angewandten Methodik sind die Ergebnisse jedoch nur bedingt interpretierbar. Es wurden auch kaum Vergleiche über verschiedene Analysen und Stichproben durchgeführt.

Corman & Budoff (1973 a) untersuchten verschiedene Stichproben normalintelligenter Schüler im Alter von 7 bis 12 Jahren und von 6 bis 11 Jahren sowie zwei Stichproben von "Sonderschülern" im Alter von 7 bis 15 Jahren (AM 11 Jahre) und 5;6 bis 14 Jahren (AM 10 Jahre). Für beide Normalstichproben wurden Vierfaktorenlösungen ermittelt, die jeweils 42.5% bzw. 42.2% der Gesamtvarianz aufklärten. Aufgrund der Markieraufgaben wurden die Faktoren wie folgt benannt:

- I. "Kontinuität und Rekonstruktion einfacher und komplexer Strukturen"
- II. "Vervollständigen diskreter Muster"
- III. "Schlußfolgerndes Denken"
- IV. "Vervollständigen einfacher kontinuierlicher Muster"

Faktor II, III und IV entsprechen dabei den von Raven postulierten Kategorien. Auch für die subnormalen Stichproben wurden jeweils 4 Faktorenlösungen ermittelt (Varianzaufklärung 48.5% bzw. 40.1%). Die Faktoren zwischen den verschiedenen Stichproben gleicher Intelligenzstufe zeigten dabei, bis auf den vierten Faktor bei den Minderbegabten, eine gute Übereinstimmung - Kongruenzkoeffizienten zwischen den verschiedenen Faktoren bei den "Normalen" .78 (F II) bis .94 (F III), bei den "Minderbegabten" .02 (F IV) bis .92 (F III). Auch wenn die Faktorenstrukturen der verschiedenen Intelligenzstufen verglichen wurden, ergab sich insgesamt für die Faktoren I, II und III eine hohe Ähnlichkeit, lediglich der vierte Faktor wies in den verschiedenen Stichproben unterschiedliche Markieraufgaben auf, was möglicherweise auf die geringe Schwierigkeit dieser Aufgaben für die normalen Stichproben zurückgeführt werden kann (Corman & Budoff, 1973 a).

Die Faktorenstruktur der CPM wurde von Corman & Budoff (1974) auch an englisch- (Alter 7 - 12) und spanisch-sprechenden (Alter 6 - 17; AM 11;2) Stichproben überprüft. Auch hier ergab sich für beide Gruppen eine Vierfaktorenlösung, die bei den spanischsprachigen Stichproben 48.4% und bei den englischsprachigen Stichproben 42.5% der Gesamtvarianz aufklärte. Die Ähnlichkeit zwischen den Faktoren I, II und III war ebenfalls sehr hoch (Kongruenzkoeffizienten zwischen .61 und .89) und für den Faktor IV am niedrigsten (-.27). Der Faktor mit den Aufgaben, die "schlußfolgerndes Denken" erfordern, zeigte dabei über alle Analysen jeweils den höchsten Übereinstimmungskoeffizienten. Corman & Budoff (1973 a, 1974) kamen aufgrund ihrer Ergebnisse zu dem Schluß, daß die Faktorenstruktur der CPM über Stichproben unterschiedlicher Leistungshöhe wie unterschiedlichen kulturellen Hintergrundes vergleichbar sei.

Wiedl & Carlson (1976) führten die CPM bei 180 Erst-, Zweit- und Drittklässlern durch (mittleres Alter 7;5). Ihre Faktorenanalyse ermittelte jedoch nur 3 interpretierbare Faktoren, die 36% der Gesamtvarianz aufklärten. Aufgrund der Markieraufgaben benannten sie die Faktoren wie folgt: Faktor I: Konkretes und abstraktes Schlußfolgern; Faktor II: Vervollständigen kontinuierlicher und diskreter Muster; Faktor III: Vervollständigen eines Musters durch wahrnehmungsmäßiges Schließen. Auch in dieser Analyse zeigte sich, daß sich die Markieraufgaben für die verschiedenen Faktoren in der Schwierigkeit unterscheiden. Die Aufgaben des Faktors II wiesen die geringste ( $\bar{p}$  .80), die des Faktors I die höchste ( $\bar{p}$  .14) und die des Faktors III eine mittlere Schwierigkeit ( $\bar{p}$  .52) auf. Die Markieraufgaben für die Stichproben unterschiedlicher Leistungsstärke zeigten bis auf eine Aufgabe (B 2) signifikante Unterschiede der Aufgabenschwierigkeit nur für den Faktor I und II.

Aufgrund der widersprüchlichen Zahl extrahierter Faktoren in den verschiedenen Studien war daher das Ziel der vorliegenden Untersuchung, die Faktorenstruktur der CPM an einem breiteren Altersbereich (Normbereich der CPM) zu überprüfen und diese Ergebnisse mit den Werten bisher vorliegender Studien zu vergleichen.

## 2. Untersuchung

### 2.1 Stichprobe

Bei der Stichprobe handelt es sich um eine Zufallsauswahl aus der Standardisierungsstichprobe der CPM (vgl. Schmidtke et al., 1978). Es wurden jeweils gleichviel Jungen und Mädchen der Altersgruppen 4;9 bis 6;3, 6;4 bis 7;9, 7;10 bis 9;3 und 9;4 bis 11;0 Jahre ausgewählt und darauf geachtet, daß die Anzahl der Vpn pro Halbjahreszeitraum gleich war.

### 2.2 Testdurchführung

Der Test wurde in Einzel- und Gruppentests durchgeführt.

## 3. Ergebnisse

### 3.1 Faktorenstruktur

Zur Ermittlung der Faktorenstruktur wurden die Interkorrelationen der Aufgabenlösungen nach der Hauptachsenmethode faktorenanalysiert. Als Ausgangsschätzungen der Kommunalitäten wurden quadrierte multiple Korrelationskoeffizienten verwandt. Es wurden mehrere Iterationen durchgeführt und für jeweils 5 bis 2 Faktoren nach dem Varimax-Kriterium von Kaiser rotiert.

Bei allen Gruppen sprachen mehrere Gesichtspunkte für eine Drei-Faktoren-Lösung: Der Eigenwert des 4. Faktors sank je-

weils unter 1 und auch die Klarheit der resultierenden Lösungen legte dies nahe, da sich für die meisten Aufgaben eine substantielle Ladung  $a^2/h^2 \geq .50$  (vgl. Fürntratt, 1969) ergab.

Innerhalb der einzelnen Altersgruppen klärten die Lösungen 21.6 bis 38.6 Prozent der Gesamtvarianz auf. Die verschiedenen Vergleiche der Faktorenmatrizen der einzelnen Altersgruppen ergaben nach Rotation auf maximale Ähnlichkeit Ähnlichkeitskoeffizienten für die Gesamtmatrix zwischen .57 und .90 (vgl. Tab. 1).

/ Hier Tab. 1 /

Nach paarweiser Ähnlichkeitsrotation ergab sich für alle Vergleiche ein (nach z-Transformation) mittlerer Ähnlichkeitskoeffizient von .75. Damit konnten jeweils durchschnittlich 56% der Varianz der verschiedenen Matrizen auf gemeinsame Varianz zurückgeführt werden. Die Ergebnisse der Faktorenanalyse über den gesamten Altersbereich und die Vergleiche der Aufgabenschwierigkeiten der einzelnen Altersbereiche zeigt Tab. 2.

/ Hier Tab. 2 /

Von den ermittelten 3 Faktoren könnte der erste Faktor aufgrund der Markieraufgaben unter Bezugnahme auf die von Raven vorgegebene Aufgabenbeschreibung und unter Berücksichtigung der Analysen von Wenke & Müller (1966), Corman & Budoff (1973 a) und Wiedl & Carlson (1976) als "wahrnehmungsmäßiges Schließen komplexer Gestalten und Muster mit heterogener Binnenstruktur", der zweite Faktor als "konkretes und abstraktes Schlußfolgern" und der dritte als "Vervollständigung homogener Muster und Wiedererkennen vorgegebener Elemente" interpretiert werden.

### 3.2 Vergleich mit bisherigen Analysen

Zwar ist es nicht möglich - aufgrund uns fehlender Angaben bei Corman & Budoff (1973 a, 1974) - die Ähnlichkeiten für die Gesamtmatrizen zu berechnen. Aufgrund der Vergleiche der Markieraufgaben (vgl. Tab. 3) zeigt sich im Prinzip

/ Hier Tab. 3 /

jedoch eine recht hohe Übereinstimmung der ermittelten Faktorenstrukturen. Die einzige Ausnahme bildet Faktor IV. Dieser Faktor enthält auch die Aufgaben mit der niedrigsten Aufgabenschwierigkeit, die bei anderen Analysen keine substantielle Ladung auf einem Faktor erreichen bzw. auf einem anderen Faktor laden. Die Ähnlichkeit zur Analyse von Wiedl & Carlson (1976) ist auch numerisch bestimmbar. Der Ähnlichkeitskoeffizient für die Gesamtmatrix des gesamten Altersbereiches (4;9 bis 11;0 Jahre) beträgt .86, für den Altersbereich 6;4 bis 11;0 Jahre, der der Altersverteilung von Wiedl & Carlson wohl am ehesten entspricht, .87.

### 4. Diskussion

Die Ergebnisse bestätigen zunächst die Heterogenität der Aufgabenstruktur der Farbigen Progressiven Matrizen. Einerseits zeigt sich wie bei Corman & Budoff (1973 a, 1974) und Wiedl & Carlson (1976), daß die Aufgabenstruktur wohl weniger differenziert ist, wie von Raven (1965) postuliert, andererseits jedoch eine einfache Klassifikation in "wahrnehmungsmäßig lösbare Aufgaben" und "Denkaufgaben", wie von Müller (1970) vorgenommen, die verschiedenen Aufgabenstrukturen nur ungenügend beschreibt. Es scheint dabei aufgrund der Ergebnisse der verschiedenen Analysen sinnvoll zu sein, besonders die Struktur der "Wahrnehmungsaufgaben" differenzierter zu beschreiben: 3 Faktoren bei Corman & Budoff (1973 a, 1974), 2 bei Wiedl & Carlson (1976), 2 Beschreibungsklassen bei Wenke & Müller (1966). In der hier vorliegenden Analyse ergab sich, daß für die alters- und damit auch leistungsmäßig sehr unterschiedlichen Stichproben



die Ähnlichkeit zwischen den Faktorenstrukturen nicht die Werte erreichten, die etwa aufgrund der Analysen von Corman & Budoff (1973 a) hätten erwartet werden können. Es ist aufgrund der Ähnlichkeitskoeffizienten der einzelnen Faktoren zu vermuten, daß möglicherweise bei den jüngeren Pbn die Einheitlichkeit der "Wahrnehmungsaufgaben" nicht so groß ist, wie bei den älteren und leistungsstärkeren Pbn. Wie in früheren Analysen zeigt sich damit, daß die unterschiedliche Aufgabenstruktur mit der Aufgabenschwierigkeit kovariiert, da die "wahrnehmungsmäßig lösbaren Aufgaben" meist auch die Aufgaben mit den niedrigeren Aufgabenschwierigkeiten sind (Müller, 1970; Winkelmann, 1972; Wiedl & Carlson, 1976). Es ist daher zu vermuten, daß der hier ermittelte Faktor III, der die Aufgaben mit der durchschnittlich niedrigsten Aufgabenschwierigkeit enthält, u.U. auch eng mit Aspekten des Arbeitsstils (wie Sorgfalt der Beobachtung, Impulsivität etc.) zusammenhängt.

Ob der Anteil gemeinsamer Varianz der Faktormatrizen unterschiedlicher Altersstufen daher für sich allein ausreicht, allen Altersgruppen eine gemeinsame Faktorenstruktur zu unterstellen, ist fraglich. Im Hinblick auf die sehr hohe Übereinstimmung der Markiervariablen (ohne Berücksichtigung der absoluten numerischen Höhe) scheint es jedoch gerechtfertigt, für den gesamten Altersbereich eine gemeinsame Analyse zu berechnen, da sich über die Altersstufen nicht die Zahl und kaum die Struktur der Faktoren, sondern die relative Differenz der Ladungen veränderte.

Die Vergleiche mit den Analysen der bisher vorliegenden Studien fallen daher ähnlich differenziert aus. Die Ähnlichkeit zur Analyse von Wiedl & Carlson (1976) ist überraschend hoch (.87). Bis auf den vierten Faktor bei Corman & Budoff ("Vervollständigen einfacher kontinuierlicher Muster") ergaben sich auch hier recht hohe Ähnlichkeiten der Faktorenstruktur über die verschiedenen Analysen. Die Aufgaben des

vierten Faktors, die die niedrigste Aufgabenschwierigkeit besitzen, erreichen entweder bei einem Teil der übrigen Analysen (so auch bei Corman & Budoff, 1973 a, 1974) selbst keine substantielle Ladung bzw. laden wie bei Wiedl & Carlson (1976) oder in dieser Untersuchung auf einem anderen Faktor. Sowohl bei Wiedl & Carlson (1976) als auch bei dieser Analyse laden die Aufgaben der Faktoren IV und II von Corman & Budoff (1973 a, 1974) z.T. auf einem gemeinsamen Faktor ("Vervollständigen kontinuierlicher und diskreter Muster"). Es ist daher fraglich, insbesondere wenn man auch die Instabilität des vierten Faktors über die Analysen von Corman & Budoff selbst betrachtet, ob es sinnvoll ist, die Aufgaben dieses Faktors weiter zu differenzieren.

Die relativ geringen Anteile aufgeklärter Gesamtvarianz lassen sich möglicherweise auf die Methode der Analyse von Vierfelder-Korrelationskoeffizienten, die nicht unabhängig von der Aufgabenschwierigkeit sind, zurückführen (vgl. Wiedl & Carlson, 1976; Witte & Caspar, 1976; Gebert, 1977), da unter Umständen Schwierigkeitsfaktoren als Artefakte resultieren. Im Hinblick auf die bessere Vergleichsmöglichkeit mit den bereits vorliegenden Studien wurde diese Berechnungsmethode jedoch beibehalten. Analysen nach dem Meßmodell von Rasch (1960) bieten daher vielleicht eine zusätzliche Möglichkeit zur Überprüfung der Aufgabenstruktur, die diese Schwierigkeiten umgeht (vgl. Wiedl & Carlson, 1976). Dies soll in weiterführenden Untersuchungen überprüft werden.

## Literatur

Becker, P., Schmidtke, A.: Intelligenz und Hirnschädigung in ihrer Beziehung zur intellektuellen Lernfähigkeit. Heilpädagogische Forschung, 7, 186-207 (1977).

Budoff, M., Corman L.: The effectiveness of a group training procedure on the Raven learning potential measure with children from diverse racial and socioeconomic backgrounds. (= Studies in Learning Potential, 3, Nr.58). Cambridge, Mass., Research Institute for Educational Problems (1973).

Carlson, J. S., Wiedl, K. H.: Modes of presentation of the Raven Coloured Progressive Matrices Test: Toward a differential testing approach. Trierer Psychologische Berichte, 3, Heft 7 (1976).

Corman, L., Budoff, M.: Factor structures of retarded and non-retarded children on Raven's Progressive Matrices. (= Studies in Learning Potential, 3, Nr.54). Cambridge, Mass., Research Institute for Educational Problems (1973 a).

Corman, L., Budoff, M.: A comparison of group and individual training procedures on the Raven learning potential measure with black and white special class students. (= Studies in Learning Potential, 3, Nr.57). Cambridge, Mass., Research Institute for Educational Problems (1973 b).

Corman, L., Budoff, M.: Factor structures of spanish-speaking and non-spanish-speaking children on Raven's Progressive Matrices. Educational and Psychological Measurement, 34, 977-981 (1974).

Feuerstein, R.: Problems of the cognitive assessment of the socio-culturally deprived child and adolescent. The learning potential assessment device. An outline for a solution. Unpublished paper, presented at the NATO conference on "Cultural factors in mental test development, application and interpretation." Istanbul (1971).

- Fürntratt, E.: Zur Bestimmung der Anzahl interpretierbarer gemeinsamer Faktoren in Faktorenanalysen psychologischer Daten. *Diagnostica*, 15, 62-75 (1969).
- Gebert, A.: Jäger's Phi (G) als Item-Interkorrelationsmaß für Faktorenanalysen. *Psychologische Beiträge*, 19, 336-339 (1977).
- Guthke, J.: Zur Diagnostik der intellektuellen Lernfähigkeit. Stuttgart, Klett (1977).
- Jacobs, P. I., Vandeventer, M.: The learning and transfer of doubleclassification skills by first grades. *Child Development*, 42, 149-159 (1971 a).
- Jacobs, P. I., Vandeventer, M.: The learning and transfer of doubleclassification skills: A replication and extension. *Journal of Experimental Child Psychology*, 12, 240-257 (1971 b).
- Keir, G.: The Progressive Matrices as applied to school children. *British Journal of Psychology*, 2, 140-150 (1949).
- Müller, R.: Eine kritische empirische Untersuchung des "Draw-a-man test" und der "Coloured Progressive Matrices". *Diagnostica*, 16, 138-147 (1970).
- Rasch, G.: Probabilistic models for some intelligence and attainment tests. Kopenhagen, Nielson & Lydicke (1960).
- Raven, J. C.: Guide to using the Coloured Progressive Matrices. London, Lewis (1965).
- Schmidtke, A., Schaller, S., Becker, P.: Manual zum Raven-Matrizen-Test. Coloured Progressive Matrices (CPM). Weinheim, Beltz (1978).
- Wenke, W., Müller, U.: Möglichkeiten und Grenzen des Einsatzes einzelner diagnostischer Kurzverfahren bei der Schülerauslese: Dargestellt am Beispiel der Progressiven Matrizen von Raven. *Zeitschrift für Psychologie*, 172, 82-116 (1966).

Wiedl, K. H., Carlson, J. S.: The factorial structure of the Raven Coloured Progressive Matrices Test. Educational and Psychological Measurement, 36, 409-413 (1976).

Winkelmann, W.: Normen für den Mann-Zeichen-Test von Ziler und die Coloured Progressive Matrices von Raven für 5 - 7 jährige Kinder. Psychologische Beiträge, 14, 80-94 (1972).

Witte, E. H., Caspar, F. M.: Zur Identifizierbarkeit von Schwierigkeitsfaktoren. Diagnostica, 22, 126-138 (1976).

Tab. 1: Aufgeklärte Varianz und Ähnlichkeit der Faktormatrizen

Altersgruppe	aufgeklärte Gesamtvarianz	Ähnlichkeiten zwischen den Altersgruppen			
		4;9-6;3	6;4-7;9	7;10-9;3	9;3-11;0
4;9 - 6;3	21,6%				
6;4 - 7;9	33,7%	-	.62	.57	.62
7;10- 9;3	38,6%		-	.90	.84
9;4 -11;0	34,9%			-	.78



Tab. 3: Übereinstimmung der Faktormatrizen verschiedener Analysen

Aufgabe	S U B T E S T									
	A					B				
	a <sub>1</sub>	a <sub>2</sub>	b <sub>1</sub>	b <sub>2</sub>	d <sup>1)</sup>	a <sub>1</sub>	a <sub>2</sub>	b <sub>1</sub>	b <sub>2</sub>	d
1	x	x	x	*		*	*	*(x)	+	*
2	x	x	x	*	*	*	*	*(+)	+	*
3	x	x	x	*	*	+	+	+	+	+
4	x	x	x	*	*	+	+	+	+	+
5	x	x	x	*	*	+	+	+	+	+
6	x	x	x	*	*	+	+	+	+	+
7	+	+	+	x	+	+	+	+	+	+
8	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
9	+	+	+	x	+	+	+	+	+	+
10	+	+	+	x	+	+	+	+	+	+
11	+	+	+	0	x	+	+	+	+	+
12	+	+	+	0		+	+	+	+	+

1) a<sub>1</sub> Cornan & Budoff (1973 a) "normale Schüler"

a<sub>2</sub> Cornan & Budoff (1973 a) Sonderschüler (ENR)

b<sub>1</sub> Cornan & Budoff (1974) englisch-sprechende Kinder

b<sub>2</sub> Cornan & Budoff (1974) spanisch-sprechende Kinder

c Wiedl & Carlson (1976)

d Schmidtke & Schaller

2) Substantielle Ladungen der Aufgaben auf den jeweiligen Faktoren.

Es entspricht:

- x bei Cornan & Budoff (1973 a) Faktor IV
- bei Cornan & Budoff (1974) Faktor IV
- + bei Cornan & Budoff (1973 a) Faktor I
- bei Cornan & Budoff (1974) Faktor I
- bei Wiedl & Carlson (1976) Faktor III
- bei Schmidtke & Schaller Faktor I
- \* bei Cornan & Budoff (1973 a) Faktor II
- bei Cornan & Budoff (1974) Faktor II
- bei Wiedl & Carlson (1976) Faktor II
- bei Schmidtke & Schaller Faktor III
- 0 bei Cornan & Budoff (1973 a) Faktor III
- bei Cornan & Budoff (1974) Faktor III
- bei Wiedl & Carlson (1974) Faktor I
- bei Schmidtke & Schaller Faktor II

In Klammern ( ) sind jeweils die zweithöchsten Ladungen, die die Bedingungen als Markierungsvariable erfüllen, angegeben.